

# Ekonometria

Regresja liniowa, współczynnik zmienności, współczynnik korelacji, współczynnik korelacji wielorakiej

Paweł Cibis  
*pcibis@o2.pl*

9 marca 2006

## 1 Regresja liniowa

- Regresja – wzory
- Regresja – wykres
- Regresja – funkcje
- Regresja – REGLINP
- Regresja – Analiza danych
- Regresja – „Krok po kroku”

## 2 Współczynnik zmienności

- Współczynnik zmienności – wzory
- Współczynnik zmienności – funkcje

## 3 Współczynnik korelacji liniowej

- Korelacja liniowa – wzory
- Korelacja liniowa – funkcje Excela
- Korelacja liniowa – funkcja Excela
- Korelacja liniowa – Analiza Danych
- Korelacja liniowa – Uzupelnianie przez transpozycję

## 4 Współczynnik korelacji wielorakiej

- Współczynnik korelacji wielorakiej – wzór
- Współczynnik korelacji wielorakiej – funkcja Excela
- Współczynnik korelacji wielorakiej – makro Excela

## 1 Regresja liniowa

- Regresja – wzory
- Regresja – wykres
- Regresja – funkcje
- Regresja – REGLINP
- Regresja – Analiza danych
- Regresja – „Krok po kroku”

## 2 Współczynnik zmienności

- Współczynnik zmienności – wzory
- Współczynnik zmienności – funkcje

## 3 Współczynnik korelacji liniowej

- Korelacja liniowa – wzory
- Korelacja liniowa – funkcje Excela
- Korelacja liniowa – funkcja Excela
- Korelacja liniowa – Analiza Danych
- Korelacja liniowa – Uzupełnianie przez transpozycję

## 4 Współczynnik korelacji wielorakiej

- Współczynnik korelacji wielorakiej – wzór
- Współczynnik korelacji wielorakiej – funkcja Excela
- Współczynnik korelacji wielorakiej – makro Excela

## Estymacja parametrów prostych regresji

$$\hat{Y} = a_1 X + b_1$$

$$a_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$b_1 = \bar{y} - a_1 \bar{x}$$

## Estymacja parametrów prostych regresji

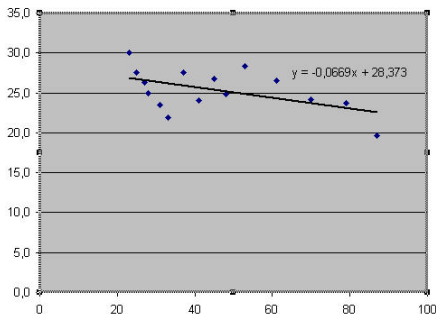
$$\hat{X} = a_2 Y + b_2$$

$$a_2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

$$b_2 = \bar{x} - a_2 \bar{y}$$

## Estymacja za pomocą wykresu

- 1 Utwórz wykres korelacyjny – XY (Punktowy)
- 2 Wykres/Dodaj linię trendu...
  - Typ – Liniowy
  - Opcje – Wyświetl równanie na wykresie



## Estymacja za pomocą funkcji Excela

$a = \text{NACHYLENIE}(\text{zakres\_objaśnianej}; \text{zakres\_objaśniającej})$

$b = \text{ODCIĘTA}(\text{zakres\_objaśnianej}; \text{zakres\_objaśniającej})$

## Estymacja za pomocą formuły tablicowej REGLINP

REGLINP(zakres\_objaśnianej; zakres\_objaśniającej; wyraz\_wolny; statystyki)

- Wpisz formułę REGLINP wraz z paramterami w puste pole arkusza i naciśnij ENTER
  - zamiast jednej zmiennej objaśniającej, może być zestaw wielu zmiennych objaśniających
  - w polu "wyraz\_wolny" (w Excelu "Stała") wpisz 1
  - w polu "statystyki" ("Statystyka") wpisz 1, jeśli chcesz otrzymać statystyki modelu



## Estymacja za pomocą formuły tablicowej REGLINP

- Zaznacz obszar począwszy od pola z formułą REGLINP o szerokości równej liczbie zmiennych objaśniających + 1 i wysokości równej 5 (jeśli argument "statystyki" został pominięty wysokość jest równa 1)
- Naciśnij klawisz F2 (musi być zaznaczony wspomniany powyżej obszar, a aktywna komórka powinna zawierać formułę REGLINP)
- Naciśnij kombinację klawiszy: SHIFT+CTRL+ENTER

## Estymacja za pomocą formuły tablicowej REGLINP

- I wiersz: oszacowania parametrów kolejnych zmiennych (wyraz wolny w ostatniej kolumnie)
- II wiersz: standardowe błędy szacunku powyższych parametrów
- III wiersz: współczynnik determinacji  $R^2$  oraz standardowy błąd oceny zmiennej objaśnianej
- IV wiersz: statystyka F i stopnie swobody (istotność parametrów strukturalnych)
- V wiersz: regresyjna suma kwadratów i resztkowa suma kwadratów

## Estymacja za pomocą formuły tablicowej REGLINP

E1	fx {=REGLINP(C2:C16;B2:B16;1;1)}					
	A	B	C	D	E	F
1	Lata	$X_{jt}$	$Y_t$		-0,06685	28,37294
2	1987	87	19,6		0,03111	1,552085
3	1988	79	23,7		0,26211	2,365109
4	1989	70	24,2		4,61779	13
5	1990	61	26,5		25,83072	72,71862
6	1991	53	28,3			
7	1992	48	24,8			
8	1993	45	26,8			
9	1994	41	24,0			
10	1995	37	27,5			
11	1996	33	21,9			
12	1997	31	23,5			
13	1998	28	25,0			
14	1999	27	26,3			
15	2000	25	27,5			
16	2001	23	30,0			

## Estymacja za pomocą pakietu Analiza Danych

- 1 Jeżeli w menu Narzędzia nie ma opcji "Analiza Danych...", doinstaluj ją (Narzędzia/Dodatki...)
- 2 Narzędzia/Analiza Danych.../Regresja
  - zaznacz odpowiednie zakresy wejściowe dla danych oraz wybierz statystyki do podsumowania
  - wybierz opcję wyścia (w przypadku wyboru pola "Zakres" zaznaczonym polem będzie lewy górny róg podsumowania – pamiętaj, by poniżej i na lewo od tego pola było odpowiednio dużo wolnego miejsca)

## Szacowanie parametrów modelu „krok po kroku”

- Metoda ta polega na obliczaniu kolejnych elementów składowych podanych na początku prezentacji wzorów – tak samo, jak przy liczeniu „ręcznym”.

## Szacowanie parametrów modelu „krok po kroku”

- Metoda ta polega na obliczaniu kolejnych elementów składowych podanych na początku prezentacji wzorów – tak samo, jak przy liczeniu „ręcznym”.
- Zaletą jest możliwość automatycznego przeliczenia wyników w przypadku korekty danych wejściowych, co jest niemożliwe w pakiecie Analiza Danych oraz możliwość łatwego wglądu do wyników cząstkowych.

## Szacowanie parametrów modelu „krok po kroku”

- Metoda ta polega na obliczaniu kolejnych elementów składowych podanych na początku prezentacji wzorów – tak samo, jak przy liczeniu „ręcznym”.
- Zaletą jest możliwość automatycznego przeliczenia wyników w przypadku korekty danych wejściowych, co jest niemożliwe w pakiecie Analiza Danych oraz możliwość łatwego wglądu do wyników cząstkowych.
- Wadą jest duża pracochłonność i podatność na błędy w porównaniu do poprzednich metod oraz konieczność dobrego rozplanowania arkusza (szczególnie w przypadku dużej próby).

## 1 Regresja liniowa

- Regresja – wzory
- Regresja – wykres
- Regresja – funkcje
- Regresja – REGLINP
- Regresja – Analiza danych
- Regresja – „Krok po kroku”

## 2 Współczynnik zmienności

- Współczynnik zmienności – wzory
- Współczynnik zmienności – funkcje

## 3 Współczynnik korelacji liniowej

- Korelacja liniowa – wzory
- Korelacja liniowa – funkcje Excela
- Korelacja liniowa – funkcja Excela
- Korelacja liniowa – Analiza Danych
- Korelacja liniowa – Uzupełnianie przez transpozycję

## 4 Współczynnik korelacji wielorakiej

- Współczynnik korelacji wielorakiej – wzór
- Współczynnik korelacji wielorakiej – funkcja Excela
- Współczynnik korelacji wielorakiej – makro Excela



## Współczynniki zmienności

$$V_j = \frac{s_j}{\bar{x}_j}$$

$$W_j = 2 * \frac{\max x_j - \min x_j}{\max x_j + \min x_j}$$

$$V_j < V^*$$

## Współczynniki zmienności – funkcje Excela

$$s_j = \text{ODCH.STANDARD.POPUL}(\text{zakres})$$

$$\bar{x}_j = \text{ŚREDNIA}(\text{zakres})$$

$$\max x_j = \text{MAX}(\text{zakres})$$

$$\min x_j = \text{MIN}(\text{zakres})$$

## 1 Regresja liniowa

- Regresja – wzory
- Regresja – wykres
- Regresja – funkcje
- Regresja – REGLINP
- Regresja – Analiza danych
- Regresja – „Krok po kroku”

## 2 Współczynnik zmienności

- Współczynnik zmienności – wzory
- Współczynnik zmienności – funkcje

## 3 Współczynnik korelacji liniowej

- Korelacja liniowa – wzory
- Korelacja liniowa – funkcje Excela
- Korelacja liniowa – funkcja Excela
- Korelacja liniowa – Analiza Danych
- Korelacja liniowa – Uzupełnianie przez transpozycję

## 4 Współczynnik korelacji wielorakiej

- Współczynnik korelacji wielorakiej – wzór
- Współczynnik korelacji wielorakiej – funkcja Excela
- Współczynnik korelacji wielorakiej – makro Excela

## Współczynnik korelacji liniowej Pearsona

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{s_x s_y}$$

$$H_0: r_{xy} = 0$$

$$H_1: r_{xy} \neq 0 \text{ lub } H_1: r_{xy} < 0 \text{ lub } H_1: r_{xy} > 0$$

$$t = \frac{|r_{xy}|}{\sqrt{1 - r_{xy}^2}} \sqrt{n - 2}$$

## Współczynnik korelacji liniowej – funkcje Excela

$$r_{xy} = \text{WSP.KORELACJI}(\text{zakres}_1; \text{zakres}_2)$$

$$|x| = \text{MODUŁ.LICZBY}(\text{zmienna})$$

$$\sqrt{x} = \text{PIERWIASTEK}(\text{zmienna})$$

$$t_{\alpha} = \text{ROZKŁAD.T.ODW}(\text{alfa}; n - 2) \quad H_1 \text{ obustronna}$$

$$t_{\alpha} = \text{ROZKŁAD.T.ODW}(2 * \text{alfa}; n - 2) \quad H_1 \text{ jednostronna}$$

## Macierz współczynników korelacji – funkcja Excela

- 1 Zapisz wartości obserwacji zmiennych w sąsiednich kolumnach (w pierwszej zmienną objaśnianą, o ile istnieje taka potrzeba)
- 2 Znajdź pusty fragment arkusza o wymiarach  $N$  na  $N$ , gdzie  $N$  to liczba wszystkich zmiennych
- 3 W lewej górnej komórce arkusza wpisz funkcję `=WSP.KORELACJI()` – pierwszy argument to zakres obserwacji pierwszej zmiennej, drugi to zakres obserwacji zmiennej o numerze odpowiadającym numerowi wiersza budowanej macierzy (w tym przypadku jest to również pierwsza zmienna)
- 4 Najedź kursorem na drugi argument w formule i naciśnij F4 (blokowanie zakresów)
- 5 Powtarzaj kroki 3. i 4. w następnych wierszach tej kolumny, zaznaczając zakresy obserwacji kolejnych zmiennych (pierwszy zakres pozostaje bez zmian w całej kolumnie)
- 6 Zaznacz otrzymany w ten sposób wektor kolumnowy i rozciągnij zakres w prawo, aby utworzyć macierz  $N$  na  $N$

## Macierz współczynników korelacji – Analiza Danych

- 1 Jeżeli w menu Narzędzia nie ma opcji "Analiza Danych...", doinstaluj ją (Narzędzia/Dodatki...)
- 2 Zapisz wartości obserwacji zmiennych w sąsiednich kolumnach (w pierwszej zmienną objaśnianą, o ile istnieje taka potrzeba)
- 3 Narzędzia/Analiza Danych.../Korelacja
  - zaznacz odpowiedni zakres wejściowy (macierz obserwacji wszystkich zmiennych)
  - jeżeli w zakresie zaznaczone zostały też nagłówki, wybierz opcję "Tytuły w pierwszym wierszu"
  - wybierz opcję wyścia (w przypadku wyboru pola "Zakres" zaznaczonym polem będzie lewy górny róg podsumowania – pamiętaj, by poniżej i na lewo od tego pola było odpowiednio dużo wolnego miejsca)

## Macierz współczynników korelacji – Uzupełnianie przez transpozycję

- 1 Dany jest dolny lub górny "trójkąt" macierzy współczynników korelacji
- 2 Zaznacz zakres komórek zawierający "trójkąt" i naciśnij CTRL+C
- 3 Kliknij w lewy górny róg pustego obszaru o rozmiarze N na N, gdzie N to ilość zmiennych w macierzy współczynników korelacji
- 4 Edycja/Wklej specjalnie.../Wartości + Transpozycja
- 5 Kliknij w lewą górną komórkę danego na początku "trójkąta"
- 6 Edycja/Wklej specjalnie.../Wartości + Pomijaj puste
- 7 Usuń elementy z pomocniczego "trójkąta"



## 1 Regresja liniowa

- Regresja – wzory
- Regresja – wykres
- Regresja – funkcje
- Regresja – REGLINP
- Regresja – Analiza danych
- Regresja – „Krok po kroku”

## 2 Współczynnik zmienności

- Współczynnik zmienności – wzory
- Współczynnik zmienności – funkcje

## 3 Współczynnik korelacji liniowej

- Korelacja liniowa – wzory
- Korelacja liniowa – funkcje Excela
- Korelacja liniowa – funkcja Excela
- Korelacja liniowa – Analiza Danych
- Korelacja liniowa – Uzupełnianie przez transpozycję

## 4 Współczynnik korelacji wielorakiej

- Współczynnik korelacji wielorakiej – wzór
- Współczynnik korelacji wielorakiej – funkcja Excela
- Współczynnik korelacji wielorakiej – makro Excela

## Współczynnik korelacji wielorakiej – wzór

$$R = \sqrt{1 - \frac{\det \mathbf{R}^*}{\det \mathbf{R}}}$$

## Współczynnik korelacji wielorakiej – funkcja Excela

$det\mathbf{R} = \text{WYZNACZNIK.MACIERZY}(\text{zakres})$

## Współczynnik korelacji wielorakiej – makro Excela

- Naciśnij ALT+F11 (otworzy się edytor makr), a potem CTRL+R (otworzy się okno projektu, o ile nie jest już otwarte)
- W oknie projektu naciśnij prawym klawiszem myszy na VBAProject(nazwa\_bieżącego\_skoroszytu)
- Insert/Module
- Wpisz następujący kod:

```
Function det(dane As Range)
det = Application.WorksheetFunction.MDeterm(dane)
End Function
```

## Współczynnik korelacji wielorakiej – makro Excela

- a następnie dopisz poniżej:

```
Function wkw(m_rozszerzona As Range, m_korelacji As Range)  
wkw = Sqr(1 - (det(m_rozszerzona) / det(m_korelacji)))  
End Function
```

- Zapisz zmiany, wróć do arkusza i wywołaj funkcję WKW z odpowiednimi parametrami

Regresja liniowa  
Współczynnik zmienności  
Współczynnik korelacji liniowej  
Współczynnik korelacji wielorakiej

Współczynnik korelacji wielorakiej – wzór  
Współczynnik korelacji wielorakiej – funkcja Excela  
Współczynnik korelacji wielorakiej – makro Excela