

Ekonometria

Dobór postaci analitycznej, transformacja liniowa i estymacja modelu KMNK

Paweł Cibis
pcibis@o2.pl

23 marca 2006

- 1 Miary dopasowania modelu do danych empirycznych
 - Współczynnik determinacji
 - Współczynnik zbieżności
- 2 Dobór postaci analitycznej
 - Metoda aprioryczna
 - Metoda heurystyczna
 - Metoda oceny wzrokowej rozrzutu punktów
- 3 Transformacja liniowa
 - Etapy transformacji liniowej
 - Przydatne funkcje
- 4 Estymacja modelu KMNK
 - Estymacja „macierzowa”
 - Estymacja – Analiza danych
 - Estymacja – funkcja REGLINP
- 5 Literatura

- 1 Miary dopasowania modelu do danych empirycznych
 - Współczynnik determinacji
 - Współczynnik zbieżności
- 2 Dobór postaci analitycznej
 - Metoda aprioryczna
 - Metoda heurystyczna
 - Metoda oceny wzrokowej rozrzutu punktów
- 3 Transformacja liniowa
 - Etapy transformacji liniowej
 - Przydatne funkcje
- 4 Estymacja modelu KMNK
 - Estymacja „macierzowa”
 - Estymacja – Analiza danych
 - Estymacja – funkcja REGLINP
- 5 Literatura

Współczynnik determinacji

$$R^2 = \frac{\sum_{t=1}^n (\hat{y}_t - \bar{y})^2}{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2}$$

W Excelu:

- Wykres/Dodaj linię trendu.../Opcje/Wyświetl wartości R-kwadrat na wykresie
- Analiza danych/Regresja
- REGLINP(Y;X;stała;1) – trzeci wiersz, pierwsza kolumna

Współczynnik zbieżności

$$\phi^2 = \frac{\sum_{t=1}^n e_t^2}{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2}$$

$$e_t = y_t - \hat{y}_t, \quad t = 1, 2, \dots, n$$

$$R^2 = 1 - \phi^2$$

- 1 Miary dopasowania modelu do danych empirycznych
 - Współczynnik determinacji
 - Współczynnik zbieżności
- 2 Dobór postaci analitycznej
 - Metoda aprioryczna
 - Metoda heurystyczna
 - Metoda oceny wzrokowej rozrzutu punktów
- 3 Transformacja liniowa
 - Etapy transformacji liniowej
 - Przydatne funkcje
- 4 Estymacja modelu KMNK
 - Estymacja „macierzowa”
 - Estymacja – Analiza danych
 - Estymacja – funkcja REGLINP
- 5 Literatura

Metoda aprioryczna

Polega na doborze postaci analitycznej modelu na podstawie informacji pozastatystycznych, dotyczących związku łączącego zmienną objaśnianą ze zmiennymi objaśniającymi. Źródłami tych informacji mogą być:

- teoria ekonomii i ekonomik branżowych,
- opinie ekspertów,
- tradycje i doświadczenia badawcze.

Metoda aprioryczna

Wnioski wynikające z apriorycznej wiedzy o zależnościach między zmiennymi:

- stałe absolutne przyrosty zmiennej objaśnianej – funkcja liniowa,
- stałe względne przyrosty zmiennej objaśnianej – funkcja wykładnicza,
- stałe współczynniki elastyczności – funkcja potęgowa,
- coraz większe przyrosty zmiennej objaśnianej przy wzroście zmiennej objaśniającej o każdą kolejną jednostkę – funkcja potęgowa, wykładnicza lub kwadratowa,
- coraz mniejsze przyrosty zmiennej objaśnianej przy wzroście zmiennej objaśniającej o każdą kolejną jednostkę – funkcja potęgowa lub logarytmiczna.

Metoda heurystyczna

Polega na zastosowaniu modeli o różnych postaciach analitycznych i wyborze jednego z nich na podstawie wyróżnionego kryterium dobroci dopasowania modelu do rzeczywistości. Istnieją 2 warianty tej metody:

- metoda kolejnych przybliżeń,
- metoda zadowalającego wyboru.

Metoda heurystyczna – metoda kolejnych przybliżeń

Analizie poddawanych jest wiele funkcji matematycznych, na podstawie których budowane są modele ekonometryczne. W etapie weryfikacji oblicza się dla każdego modelu współczynnik determinacji R^2 (przyjmujący wartości z przedziału $[0,1]$). Do modelu dobierana jest funkcja o maksymalnej wartości współczynnika determinacji R^2 .

Metoda heurystyczna – metoda zadowalającego wyboru

Należy ustalić wartość krytyczną współczynnika determinacji (R_*^2).
Analizę rozpoczyna się od najprostszych funkcji, porównując wartość R^2 badanego modelu z wartością krytyczną R_*^2 i jeżeli ta pierwsza jest jej co najmniej równa, należy przyjąć daną postać analityczną modelu.

Metoda heurystyczna – warunki stosowalności

- brak informacji pozastatystycznych o związku łączącym zmienne modelu,
- występowanie wielu zmiennych objaśniających,
- jeśli metoda aprioryczna lub metoda oceny wzrokowej nie dają jednoznacznego rozstrzygnięcia, co do postaci analitycznej modelu – metoda heurystyczna stosowana jest wtedy pomocniczo.

Wady: subiektywizm i pracochłonność

Metoda oceny wzrokowej rozrzutu punktów

Polega na przedstawieniu na wykresie korelacyjnym rozrzutu punktów empirycznych i przypisaniu badanej zależności funkcji, której przebieg zmienności jest najbardziej zbliżony do uzyskanej smugi punktów.

Warunkiem stosowania tej metody jest występowanie tylko jednej zmiennej objaśniającej.

Metoda aproksymacji segmentowej

Jest to szczególny przypadek metody oceny wzrokowej. Ma zastosowanie, gdy rozrzut punktów jest nieciągły lub funkcja jest powikłana.

Wykres rozrzutu należy podzielić na części zwane segmentami. Każdemu segmentowi przypisuje się oddzielną funkcję opisującą związek między zmiennymi, zwaną aproksymantą segmentową. Wartość zmiennej objaśniającej, dla której dokonuje się cięcia wykresu nazywamy modulatorem.

- 1 Miary dopasowania modelu do danych empirycznych
 - Współczynnik determinacji
 - Współczynnik zbieżności
- 2 Dobór postaci analitycznej
 - Metoda aprioryczna
 - Metoda heurystyczna
 - Metoda oceny wzrokowej rozrzutu punktów
- 3 **Transformacja liniowa**
 - Etapy transformacji liniowej
 - Przydatne funkcje
- 4 Estymacja modelu KMNK
 - Estymacja „macierzowa”
 - Estymacja – Analiza danych
 - Estymacja – funkcja REGLINP
- 5 Literatura

Etapy transformacji liniowej

- 1 Dobór postaci analitycznej modelu (np. analiza wykresu korelacyjnego)
- 2 Transformacja liniowa funkcji i dokonanie podstawień zmiennych i/lub parametrów
- 3 Szacowanie parametrów modelu liniowego
- 4 Obliczenie parametrów modelu nieliniowego

Przydatne funkcje

$$\ln(x)=\text{LN}(x)$$

$$\log_a x=\text{LOG}(x; [a])$$

$$\log x=\text{LOG}(x)$$

$$e^x=\text{EXP}(x)$$

$$\sin(x)=\text{SIN}(x)$$

$$\cos(x)=\text{COS}(x)$$

- 1 Miary dopasowania modelu do danych empirycznych
 - Współczynnik determinacji
 - Współczynnik zbieżności
- 2 Dobór postaci analitycznej
 - Metoda aprioryczna
 - Metoda heurystyczna
 - Metoda oceny wzrokowej rozrzutu punktów
- 3 Transformacja liniowa
 - Etapy transformacji liniowej
 - Przydatne funkcje
- 4 Estymacja modelu KMNK
 - Estymacja „macierzowa”
 - Estymacja – Analiza danych
 - Estymacja – funkcja REGLINP
- 5 Literatura

Estymacja „macierzowa” – przydatne funkcje

$$AB = \text{MACIERZ.ILOCZYN}(\text{macierz_A}; \text{macierz_B})$$

$$A^{-1} = \text{MACIERZ.ODW}(\text{macierz})$$

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = \text{SUMA.KWADRATÓW}(\text{zakres_e})$$

oraz procedura transponowania macierzy (opisana na poprzedniej prezentacji)

Estymacja „macierzowa” – szacowanie parametrów modelu

- 1 Tworzymy wektor Y i macierze X oraz X^T .
- 2 Obliczamy $X^T X$.
- 3 Odwracamy otrzymaną macierz, obliczając $(X^T X)^{-1}$.
- 4 Obliczamy $X^T Y$.
- 5 Obliczamy wektor ocen parametrów: $b = (X^T X)^{-1} X^T Y$.

Estymacja „macierzowa” – standardowy błąd oceny

- 1 Obliczamy wektor wartości teoretycznych zmiennej objaśnianej: $\hat{Y} = Xb$.
- 2 Obliczamy wektor reszt: $e = Y - Xb = Y - \hat{Y}$.
- 3 Obliczamy sumę kwadratów reszt ($\sum_{i=1}^n e_i^2$).
- 4 Obliczamy wariancję resztową:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n - (k + 1)}$$

- 5 Obliczamy standardowy błąd oceny: $S_e = \sqrt{S^2}$

Estymacja „macierzowa” – błędy średnie ocen

- 1 Obliczamy macierz wariancji i kowariancji estymatorów parametrów strukturalnych:

$$D^2(b) = S^2(X^T X)^{-1}$$

- 2 Obliczamy błędy średnie ocen parametrów strukturalnych modelu:

$$S(b_i) = \sqrt{V(b_i)}$$

(czyli pierwiastki kwadratowe z elementów głównej przekątnej otrzymanej macierzy).

Estymacja – Analiza danych

Postępujemy podobnie jak przy regresji liniowej z jedną zmienną objaśniającą, ale zaznaczamy całą macierz zmiennych objaśniających jako zakres wejściowy X oraz pole "Składniki resztowe".

Objaśnienia:

- Błąd standardowy (statystyki regresji) – standardowy błąd oceny zmiennej objaśnianej (S_e)
- Przecięcie – wyraz wolny
- Współczynniki – oceny parametrów strukturalnych modelu
- Błąd standardowy (tabela ze współczynnikami) – błędy średnie ocen parametrów strukturalnych ($S(b_i)$)
- Przewidywane Y – wartości teoretyczne zmiennej objaśnianej
- Składniki resztowe – reszty modelu

Estymacja – funkcja REGLINP

REGLINP(zmienna_Y;zmienne_X;stała;statystyka)

- I wiersz – oceny parametrów (**UWAGA**: wyraz wolny jest zawsze ostatni, a pozostałe parametry są w odwrotnej kolejności niż odpowiadające im zmienne w macierzy obserwacji!)
- II wiersz – błędy średnie ocen parametrów strukturalnych ($S(b_i)$)
- III wiersz – R^2 i standardowy błąd oceny zmiennej objaśnianej (S_e)
- V wiersz, II kolumna – suma kwadratów reszt

- 1 Miary dopasowania modelu do danych empirycznych
 - Współczynnik determinacji
 - Współczynnik zbieżności
- 2 Dobór postaci analitycznej
 - Metoda aprioryczna
 - Metoda heurystyczna
 - Metoda oceny wzrokowej rozrzutu punktów
- 3 Transformacja liniowa
 - Etapy transformacji liniowej
 - Przydatne funkcje
- 4 Estymacja modelu KMNK
 - Estymacja „macierzowa”
 - Estymacja – Analiza danych
 - Estymacja – funkcja REGLINP
- 5 Literatura

Literatura



Strahl D., Sobczak E., Markowska M., Bal-Domańska B. *Modelowanie ekonometryczne z Excelem*. Wrocław: AE 2002.



Ekonometria. Metody, przykłady, zadania. Red. J. Dziechciarz. Wrocław: AE 2002.

