

# Ekonometria

Modele regresji wielorakiej - dobór zmiennych, szacowanie

Paweł Cibis  
*pawel@cibis.pl*

1 kwietnia 2007

- 1 Współczynnik zmienności
  - Współczynnik zmienności – wzory
  - Współczynnik zmienności – funkcje
- 2 Współczynnik korelacji liniowej
  - Korelacja liniowa – wzory
  - Korelacja liniowa – funkcje Excela
  - Korelacja liniowa – funkcja Excela
  - Korelacja liniowa – Analiza Danych
  - Korelacja liniowa – Uzupełnianie przez transpozycję
- 3 Współczynnik korelacji wielorakiej
  - Współczynnik korelacji wielorakiej – wzór
  - Współczynnik korelacji wielorakiej – funkcja Excela
  - Współczynnik korelacji wielorakiej – funkcja Excela
  - Estymacja – funkcja REGLINP
  - Estymacja – Analiza danych
  - Estymacja – Interpretacja parametrów struktury stochastycznej
- 4 Literatura

- 1 Współczynnik zmienności
  - Współczynnik zmienności – wzory
  - Współczynnik zmienności – funkcje
- 2 Współczynnik korelacji liniowej
  - Korelacja liniowa – wzory
  - Korelacja liniowa – funkcje Excela
  - Korelacja liniowa – funkcja Excela
  - Korelacja liniowa – Analiza Danych
  - Korelacja liniowa – Uzupelnianie przez transpozycję
- 3 Współczynnik korelacji wielorakiej
  - Współczynnik korelacji wielorakiej – wzór
  - Współczynnik korelacji wielorakiej – funkcja Excela
  - Współczynnik korelacji wielorakiej – funkcja Excela
  - Estymacja – funkcja REGLINP
  - Estymacja – Analiza danych
  - Estymacja – Interpretacja parametrów struktury stochastycznej
- 4 Literatura

## Współczynniki zmienności

$$V_j = \frac{s_j}{\bar{x}_j}$$

$$W_j = 2 * \frac{\max x_j - \min x_j}{\max x_j + \min x_j}$$

$$V_j < V^*$$

## Współczynniki zmienności – funkcje Excela

$$s_j = \text{ODCH.STANDARD.POPUL}(\text{zakres})$$

$$\bar{x}_j = \text{ŚREDNIA}(\text{zakres})$$

$$\max x_j = \text{MAX}(\text{zakres})$$

$$\min x_j = \text{MIN}(\text{zakres})$$

## Współczynniki zmienności – funkcje Excela

	A	B	C	D	E	F	
1	Lata	$Y_t$	$X_{1t}$	$X_{2t}$	$X_{3t}$	$X_{4t}$	
2		1987	19,6	123,6	90,9	87	0
3		1988	23,7	131,8	101,8	79	1
4		1989	24,2	149,1	123,2	70	1
5		1990	26,5	157,6	120,5	61	1
6		1991	28,3	173,6	136,0	53	1
7		1992	24,8	181,9	120,8	48	0
8		1993	26,8	193,3	118,6	45	1
9		1994	24,0	189,0	124,5	41	0
10		1995	27,5	190,3	145,6	37	1
11		1996	21,9	188,9	133,1	33	0
12		1997	23,5	192,9	159,7	31	0
13		1998	25,0	186,2	133,0	28	0
14		1999	26,3	178,4	126,9	27	1
15		2000	27,5	169,7	143,4	25	1
16		2001	30,0	182,5	154,3	23	1
17	Odchylenie standardowe	2,56	21,52	17,60	19,63	x	
18	Średnia arytmetyczna	25,31	172,59	128,82	45,87	x	
19	<b>Współczynnik zmienności</b>	<b>0,10</b>	<b>0,12</b>	<b>0,14</b>	<b>0,43</b>	x	
20	<b>Wsp. zm. (rozstep)</b>	<b>0,42</b>	<b>0,44</b>	<b>0,55</b>	<b>1,16</b>	x	
21							

- 1 Współczynnik zmienności
  - Współczynnik zmienności – wzory
  - Współczynnik zmienności – funkcje
- 2 Współczynnik korelacji liniowej
  - Korelacja liniowa – wzory
  - Korelacja liniowa – funkcje Excela
  - Korelacja liniowa – funkcja Excela
  - Korelacja liniowa – Analiza Danych
  - Korelacja liniowa – Uzupełnianie przez transpozycję
- 3 Współczynnik korelacji wielorakiej
  - Współczynnik korelacji wielorakiej – wzór
  - Współczynnik korelacji wielorakiej – funkcja Excela
  - Współczynnik korelacji wielorakiej – funkcja Excela
  - Estymacja – funkcja REGLINP
  - Estymacja – Analiza danych
  - Estymacja – Interpretacja parametrów struktury stochastycznej
- 4 Literatura

## Współczynnik korelacji liniowej Pearsona

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{s_x s_y}$$

$$H_0: r_{xy} = 0$$

$$H_1: r_{xy} \neq 0 \text{ lub } H_1: r_{xy} < 0 \text{ lub } H_1: r_{xy} > 0$$

$$t = \frac{|r_{xy}|}{\sqrt{1 - r_{xy}^2}} \sqrt{n - 2}$$



## Współczynnik korelacji liniowej – funkcje Excelsa

$$r_{xy} = \text{WSP.KORELACJI}(\text{zakres}_1; \text{zakres}_2)$$

$$|x| = \text{MODUŁ.LICZBY}(\text{zmienna})$$

$$\sqrt{x} = \text{PIERWIASTEK}(\text{zmienna})$$

$$t_{\alpha} = \text{ROZKŁAD.T.ODW}(\text{alfa}; n - 2) \quad H_1 \text{ obustronna}$$

$$t_{\alpha} = \text{ROZKŁAD.T.ODW}(2 * \text{alfa}; n - 2) \quad H_1 \text{ jednostronna}$$

## Macierz współczynników korelacji – funkcja Excela

- 1 Zapisz wartości obserwacji zmiennych w sąsiednich kolumnach (w pierwszej zmiennej objaśnianej, o ile istnieje taka potrzeba)
- 2 Znajdź pusty fragment arkusza o wymiarach  $N$  na  $N$ , gdzie  $N$  to liczba wszystkich zmiennych
- 3 W lewej górnej komórce arkusza wpisz funkcję `=WSP.KORELACJI()` – pierwszy argument to zakres obserwacji pierwszej zmiennej, drugi to zakres obserwacji zmiennej o numerze odpowiadającym numerowi wiersza budowanej macierzy (w tym przypadku jest to również pierwsza zmienna)
- 4 Najedź kursorem na drugi argument w formule i naciśnij F4 (blokowanie zakresów)
- 5 Powtarzaj kroki 3. i 4. w następnych wierszach tej kolumny, zaznaczając zakresy obserwacji kolejnych zmiennych (pierwszy zakres pozostaje bez zmian w całej kolumnie)
- 6 Zaznacz otrzymany w ten sposób wektor kolumnowy i rozciągnij zakres w prawo, aby utworzyć macierz  $N$  na  $N$

Współczynnik zmienności  
Współczynnik korelacji liniowej  
Współczynnik korelacji wielorakiej

Korelacja liniowa – wzory  
Korelacja liniowa – funkcje Excelsa  
Macierz korelacji – funkcja Excelsa  
Macierz korelacji – Analiza Danych  
Macierz korelacji – Uzupełnianie przez transpozycję

## Macierz współczynników korelacji – funkcja Excelsa

	A	B	C	D	E	F
1	Lata	$Y_t$	$X_{t1}$	$X_{t2}$	$X_{t3}$	$X_{t4}$
2	1987	19,6	123,6	90,9	87	0
3	1988	23,7	131,8	101,8	79	1
4	1989	24,2	149,1	123,2	70	1
5	1990	26,5	157,6	120,5	61	1
6	1991	28,3	173,6	136,0	53	1
7	1992	24,8	181,9	120,8	48	0
8	1993	26,8	193,3	118,6	45	1
9	1994	24,0	189,0	124,5	41	0
10	1995	27,5	190,3	145,6	37	1
11	1996	21,9	188,9	133,1	33	0
12	1997	23,5	192,9	159,7	31	0
13	1998	25,0	186,2	133,0	28	0
14	1999	26,3	178,4	126,9	27	1
15	2000	27,5	169,7	143,4	25	1
16	2001	30,0	182,5	154,3	23	1
17						
18						
19		1	0,42	0,57	- 0,51	0,69
20		=WSP.KO	1	0,72	- 0,86	- 0,17
21		0,57	0,72	1	- 0,82	0,08
22		- 0,51	- 0,86	- 0,82	1	0,05
23		0,69	- 0,17	0,08	0,05	1
24						

## Macierz współczynników korelacji – Analiza Danych

- 1 Jeżeli w menu Narzędzia nie ma opcji "Analiza Danych...", doinstaluj ją (Narzędzia/Dodatki...)
- 2 Zapisz wartości obserwacji zmiennych w sąsiednich kolumnach (w pierwszej zmienną objaśnianą, o ile istnieje taka potrzeba)
- 3 Narzędzia/Analiza Danych.../Korelacja
  - zaznacz odpowiedni zakres wejściowy (macierz obserwacji wszystkich zmiennych)
  - jeżeli w zakresie zaznaczone zostały też nagłówki, wybierz opcję "Tytuły w pierwszym wierszu"
  - wybierz opcję wyścia (w przypadku wyboru pola "Zakres" zaznaczonym polem będzie lewy górny róg podsumowania – pamiętaj, by poniżej i na lewo od tego pola było odpowiednio dużo wolnego miejsca)

## Macierz współczynników korelacji – Analiza Danych

	A	B	C	D	E	F	G	H
25	b) analiza danych							
26			Yt	X1t	X2t	X3t	X4t	
27		Yt	1					
28		X1t	0,422324	1				
29		X2t	0,571817	0,724951	1			
30		X3t	-0,51197	-0,85539	-0,81855	1		
31		X4t	0,692308	-0,17064	0,084453	0,049915	1	
32								
33								
34								
35								
36								
37								
38								
39								
40								
41								
42								
43								
44								

## Macierz współczynników korelacji – Uzupełnianie przez transpozycję

- 1 Dany jest dolny lub górny "trójkąt" macierzy współczynników korelacji
- 2 Zaznacz najmniejszy prostokątny zakres komórek zawierający cały "trójkąt" i naciśnij CTRL+C
- 3 Kliknij w lewy górny róg pustego obszaru o rozmiarze  $N$  na  $N$ , gdzie  $N$  to ilość zmiennych w macierzy współczynników korelacji ( $N+1$  na  $N+1$  gdy są nagłówki)
- 4 Edycja/Wklej specjalnie.../Wartości + Transpozycja
- 5 Kliknij w lewą górną komórkę danego na początku "trójkąta"
- 6 Edycja/Wklej specjalnie.../Wartości + Pomijaj puste
- 7 Usuń elementy z pomocniczego "trójkąta"

## Macierz współczynników korelacji – Uzupelnianie przez transpozycję

25	b) analiza danych						
26		Yt	X1t	X2t	X3t	X4t	
27	Yt	1					
28	X1t	0,422324	1				
29	X2t	0,571817	0,724951	1			
30	X3t	-0,51197	-0,85539	-0,81855	1		
31	X4t	0,692308	-0,17064	0,084453	0,049915	1	
32							
33							
34		Yt	X1t	X2t	X3t	X4t	
35	Yt	1	0,422324	0,571817	-0,51197	0,692308	
36	X1t		1	0,724951	-0,85539	-0,17064	
37	X2t			1	-0,81855	0,084453	
38	X3t				1	0,049915	
39	X4t						1
40							
41							
42							
43							
44							

## Macierz współczynników korelacji – Uzupełnianie przez transpozycję

	A	B	C	D	E	F	G	H
25	b) analiza danych							
26			Yt	X1t	X2t	X3t	X4t	
27		Yt	1	0,422324	0,571817	-0,51197	0,692308	
28		X1t	0,422324	1	0,724951	-0,85539	-0,17064	
29		X2t	0,571817	0,724951	1	-0,81855	0,084453	
30		X3t	-0,51197	-0,85539	-0,81855	1	0,049915	
31		X4t	0,692308	-0,17064	0,084453	0,049915	1	
32								
33								
34								
35								
36								
37								
38								
39								
40								
41								
42								
43								
44								



- 1 Współczynnik zmienności
  - Współczynnik zmienności – wzory
  - Współczynnik zmienności – funkcje
- 2 Współczynnik korelacji liniowej
  - Korelacja liniowa – wzory
  - Korelacja liniowa – funkcje Excela
  - Korelacja liniowa – funkcja Excela
  - Korelacja liniowa – Analiza Danych
  - Korelacja liniowa – Uzupelnianie przez transpozycję
- 3 **Współczynnik korelacji wielorakiej**
  - Współczynnik korelacji wielorakiej – wzór
  - Współczynnik korelacji wielorakiej – funkcja Excela
  - Współczynnik korelacji wielorakiej – funkcja Excela
  - Estymacja – funkcja REGLINP
  - Estymacja – Analiza danych
  - Estymacja – Interpretacja parametrów struktury stochastycznej
- 4 Literatura

## Współczynnik korelacji wielorakiej – wzór

$$R = \sqrt{1 - \frac{\det \mathbf{R}^*}{\det \mathbf{R}}}$$

## Współczynnik korelacji wielorakiej – funkcja Excela

$det\mathbf{R} = \text{WYZNACZNIK.MACIERZY}(\text{zakres})$

## Współczynnik korelacji wielorakiej – obszar niespójny

Łatwy sposób obliczenia współczynnika korelacji wielorakiej, gdy zmienne, dla których jest on wyliczany nie sąsiadują ze sobą w macierzy korelacji (podpunkt „c” z laberek):

- 1 Skopiuj macierz korelacji – wszelkie operacje będą przeprowadzane na kopii, by nie zniszczyć oryginalnych wartości. Zadbaj o to, by pierwszą ze zmiennych macierzy była zmienna objaśniana
- 2 Dla zwiększenia czytelności zaznacz kolorem wszystkie jedynki na przekątnej oraz współczynniki korelacji pomiędzy zmiennymi, dla których obliczany będzie współczynnik korelacji wielorakiej
- 3 W miejsce wszystkich pozostałych współczynników wstaw zera
- 4 Oblicz wyznacznik całej nowej macierzy
- 5 Oblicz wyznacznik nowej macierzy z pominięciem pierwszej kolumny i pierwszego wiersza
- 6 Pierwszy wynik to  $\det \mathbf{R}^*$ , drugi to  $\det \mathbf{R}$
- 7 Oblicz współczynnik korelacji wielorakiej

Współczynnik zmienności  
 Współczynnik korelacji liniowej  
 Współczynnik korelacji wielorakiej

Współczynnik korelacji wielorakiej – wzór  
 Współczynnik korelacji wielorakiej – funkcja Excela  
 Współczynnik korelacji wielorakiej – funkcja Excela  
 Estymacja – funkcja REGLINP  
 Estymacja – Analiza danych  
 Estymacja – Interpretacja parametrów struktury stochastycznej

# Współczynnik korelacji wielorakiej – obszar niespójny

SUMA							=pierwiastek(1-H28/H29)							
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Lata	$Y_t$	$X_{1t}$	$X_{2t}$	$X_{3t}$	$X_{4t}$		Dla podanych zmiennych oblicz współczynniki korelacji wielorakiej pomiędzy zmienną $Y_t$ a kombinacjami liniowymi następujących zmiennych: a) $(X_{1t}, X_{2t}, X_{3t}, X_{4t})$ , b) $(X_{1t}, X_{2t})$ , c) $(X_{2t}, X_{4t})$ .						
2	1987	19,6	123,6	90,9	87	0								
3	1988	23,7	131,8	101,8	79	1								
4	1989	24,2	149,1	123,2	70	1								
5	1990	26,5	157,6	120,5	61	1								
6	1991	28,3	173,6	136,0	53	1								
7	1992	24,8	181,9	120,8	48	0								
8	1993	26,8	193,3	118,6	45	1								
9	1994	24,0	189,0	124,5	41	0								
10	1995	27,5	190,3	145,6	37	1								
11	1996	21,9	188,9	133,1	33	0								
12	1997	23,5	192,9	159,7	31	0								
13	1998	25,0	186,2	133,0	28	0		a) $(X_{1t}, X_{2t}, X_{3t}, X_{4t})$			0,900067			
14	1999	26,3	178,4	126,9	27	1		b) $(X_{1t}, X_{2t})$			0,571929			
15	2000	27,5	169,7	143,4	25	1		c) $(X_{2t}, X_{4t})$			=pierwiastek(1-H28/H29)			
16	2001	30,0	182,5	154,3	23	1								
17														
18														
19		1	0,422324	0,571817	-0,51197	0,692308								
20		0,422324	1	0,724951	-0,85539	-0,17064								
21		0,571817	0,724951	1	-0,81855	0,084453								
22		-0,51197	-0,85539	-0,81855	1	0,049915								
23		0,692308	-0,17064	0,084453	0,049915	1								
24														
25														
26														
27														
28		1	0	0,571817	0	0,692308		detR*	0,253468					
29		0	1	0,724951	0	0		detR	0,992668					
30		0,571817	0	1	0	0,084453								
31		0	0	0	1	0								
32		0,692308	0	0,084453	0	1								

## Estymacja – funkcja REGLINP

REGLINP(zmienna\_Y;zmienne\_X;stała;statystyka)

- I wiersz – oceny parametrów (**UWAGA**: wyraz wolny jest zawsze ostatni, a pozostałe parametry są w odwrotnej kolejności niż odpowiadające im zmienne w macierzy obserwacji!)
- II wiersz – błędy średnie ocen parametrów strukturalnych ( $S(b_i)$ )
- III wiersz –  $R^2$  i standardowy błąd oceny zmiennej objaśnianej ( $S_e$ )
- V wiersz, I kolumna – wyjaśniona suma kwadratów odchyleń
- V wiersz, II kolumna – suma kwadratów reszt

Współczynnik zmienności  
Współczynnik korelacji liniowej  
Współczynnik korelacji wielorakiej

Współczynnik korelacji wielorakiej – wzór  
Współczynnik korelacji wielorakiej – funkcja Excela  
Współczynnik korelacji wielorakiej – funkcja Excela  
**Estymacja – funkcja REGLINP**  
Estymacja – Analiza danych  
Estymacja – Interpretacja parametrów struktury stochastycznej

## Estymacja – funkcja REGLINP

	<b>b) reglinp</b>		
0	<b>3,393761</b>	<b>0,075317</b>	<b>13,5681</b>
1	0,76587	0,021323	2,771795
2	0,744711	1,447945	#N/D!
3	17,5028	12	#N/D!
4	73,3908	25,15853	#N/D!

## Estymacja – Analiza danych

Postępujemy podobnie jak przy regresji liniowej z jedną zmienną objaśniającą, ale zaznaczamy całą macierz zmiennych objaśniających jako zakres wejściowy X oraz pole "Składniki resztowe".

Objaśnienia:

- Błąd standardowy (statystyki regresji) – standardowy błąd oceny zmiennej objaśnianej ( $S_e$ )
- Przecięcie – wyraz wolny
- Współczynniki – oceny parametrów strukturalnych modelu
- Błąd standardowy (tabela ze współczynnikami) – błędy średnie ocen parametrów strukturalnych ( $S(b_i)$ )
- Przewidywane Y – wartości teoretyczne zmiennej objaśnianej
- Składniki resztowe – reszty modelu



Współczynnik zmienności  
 Współczynnik korelacji liniowej  
 Współczynnik korelacji wielorakiej

Współczynnik korelacji wielorakiej – wzór  
 Współczynnik korelacji wielorakiej – funkcja Excelsa  
 Współczynnik korelacji wielorakiej – funkcja Excelsa  
 Estymacja – funkcja REGLINP  
 Estymacja – Analiza danych  
 Estymacja – Interpretacja parametrów struktury stochastycznej

# Estymacja – Analiza danych

PODSUMOWANIE - WYJŚCIE								
<i>Statystyki regresji</i>								
Wielokrotność R	0,862966575							
R kwadrat	0,74471131							
Dopasowany R kwadrat	0,702163194							
Błąd standardowy	<b>1,447944815</b>							
Observacje	15							
ANALIZA WARIANCJI								
	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Istotność F</i>			
Regresja	2	73,39080308	36,69540154	17,50280378	0,000276815			
Resztkowy	12	25,15853025	2,096544188					
Razem	14	98,54933333						
	<i>Współczynniki</i>	<i>Błąd standardowy</i>	<i>t Stat</i>	<i>Wartość-p</i>	<i>Dołne 95%</i>	<i>Górne 95%</i>	<i>Dołne 95,0%</i>	<i>Górne 95,0%</i>
Przecięcie	<b>13,56809872</b>	<b>2,71795475</b>	4,895057677	0,000369011	7,528875183	19,60732225	7,528875183	19,60732225
X2t	<b>0,075316808</b>	<b>0,02132307</b>	3,532174624	0,004129855	0,028857829	0,121775787	0,028857829	0,121775787
X4t	<b>3,393761238</b>	<b>0,765870019</b>	4,431249632	0,000819295	1,725073818	5,062448658	1,725073818	5,062448658
SKŁADNIKI RESZTOWE - WYJŚCIE								
	<i>Observacja</i>	<i>Przewidywane Yt</i>	<i>Składniki resztowe</i>					
	1	20,41439656	-0,814396565					
	2	24,62911101	-0,92911101					
	3	26,2408907	-2,040890701					
	4	26,03753532	0,462464681					
	5	27,20494584	1,095054157					
	6	22,66636912	2,133630876					
	7	25,89443338	0,905566616					
	8	22,94504131	1,054950687					
	9	27,9279872	-0,4279872					
	10	23,59276586	-1,692765862					
	11	25,59619295	-2,096192955					
	12	23,58523418	1,414765819					
	13	26,51956289	-0,219562891					
	14	27,76229022	-0,262290222					
	15	28,58324343	1,41675657					

## Estymacja – Standardowy błąd oceny

$$S_e = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n - m - 1}}$$

- jest to pierwiastek kwadratowy z wariancji składnika resztowego ( $S_e^2$ ), która jest estymatorem wariancji składnika losowego;
- informuje o przeciętnych odchyleniach wartości empirycznych (rzeczywistych) zmiennej objaśnianej od jej wartości teoretycznych, wyliczonych z modelu;
- inaczej – o ile, średnio rzecz biorąc, model myli się przy szacowaniu wartości zmiennej objaśnianej (wielkość tej „pomyłki” wyrażona jest w jednostkach tej zmiennej).

## Estymacja – Błędy średnie ocen parametrów strukturalnych

$$S(b_i) = \sqrt{V(b_i)}$$

- $V(b_i)$  to wariancja estymatora parametru strukturalnego ( $b_i$ ) – element z  $i$ -tego wiersza i  $i$ -tej kolumny macierzy wariancji i kowariancji estymatorów parametrów strukturalnych  $D^2(b)$ ;
- informuje, o ile mogłaby się wahać ocena parametru strukturalnego ( $b_i$ ), gdybyśmy mogli pobrać inną próbę o tej samej liczebności;
- inaczej – o ile jednostek wartość oceny  $b_i$  różni się od rzeczywistej wartości parametru  $\beta_i$ .

- 1 Współczynnik zmienności
  - Współczynnik zmienności – wzory
  - Współczynnik zmienności – funkcje
- 2 Współczynnik korelacji liniowej
  - Korelacja liniowa – wzory
  - Korelacja liniowa – funkcje Excela
  - Korelacja liniowa – funkcja Excela
  - Korelacja liniowa – Analiza Danych
  - Korelacja liniowa – Uzupelnianie przez transpozycję
- 3 Współczynnik korelacji wielorakiej
  - Współczynnik korelacji wielorakiej – wzór
  - Współczynnik korelacji wielorakiej – funkcja Excela
  - Współczynnik korelacji wielorakiej – funkcja Excela
  - Estymacja – funkcja REGLINP
  - Estymacja – Analiza danych
  - Estymacja – Interpretacja parametrów struktury stochastycznej
- 4 **Literatura**

# Literatura



Strahl D., Sobczak E., Markowska M., Bal-Domańska B. *Modelowanie ekonometryczne z Excelem*. Wrocław: AE 2004.



*Ekonometria. Metody, przykłady, zadania*. Red. J. Dziechciarz. Wrocław: AE 2002.



*Ekonometria. Metody i analiza problemów ekonomicznych*. Red. K. Jajuga. Wrocław: AE 1999.

Współczynnik zmienności  
Współczynnik korelacji liniowej  
Współczynnik korelacji wielorakiej