

# Ekonometria

## Weryfikacja modelu

Paweł Cibis  
*pawel@cibis.pl*

12 maja 2007

- 1 Badanie normalności rozkładu elementu losowego
  - Test Hellwiga – dla małej próby
  - Test Kołmogorowa – dla dużej próby
- 2 Badanie istotności parametrów strukturalnych modelu
  - Testy
  - Pakiet Analiza Danych
  - Uwagi
- 3 Badanie autokorelacji odchyleń losowych
  - Test Durbina-Watsona
- 4 Badanie losowości rozkładu elementu losowego
  - Test dla małej próby
  - Test dla dużej próby
- 5 Badanie homoscedastyczności elementu losowego
  - Test Goldfelda-Quandt
- 6 Literatura

- 1 Badanie normalności rozkładu elementu losowego
  - Test Hellwiga – dla małej próby
  - Test Kołmogorowa – dla dużej próby
- 2 Badanie istotności parametrów strukturalnych modelu
  - Testy
  - Pakiet Analiza Danych
  - Uwagi
- 3 Badanie autokorelacji odchyleń losowych
  - Test Durбина-Watsona
- 4 Badanie losowości rozkładu elementu losowego
  - Test dla małej próby
  - Test dla dużej próby
- 5 Badanie homoscedastyczności elementu losowego
  - Test Goldfelda-Quandt
- 6 Literatura

## Test Hellwiga – mała próba

$H_0$  : reszty mają rozkład normalny

$H_1$  : reszty mają inny rozkład

$$s = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_t^2}$$

$$e'_t = \frac{e_t}{s}$$

$K_1 \leq K \leq K_2$  – nie ma podstaw do odrzucenia  $H_0$ .

## Test Hellwiga – Excel

- Sortujemy rosnąco kolumnę reszt i liczymy ich kwadraty.
- Standaryzujemy reszty ( $e'_t$ ) i sortujemy je rosnąco.
- Liczymy wartości dystrybuant posortowanych standaryzowanych reszt –  
ROZKŁAD.NORMALNY.S( $e'_t(sort)$ ).
- Tworzymy przedziały („cele”):  $[0, \frac{1}{n}), [\frac{1}{n}, \frac{2}{n}), \dots, [\frac{n-1}{n}, \frac{n}{n}]$ .
- Zliczamy ile wartości dystrybuant wpada do każdej celi za pomocą formuły tablicowej:  
CZĘSTOŚĆ(Dystrybuanty; Kolumny\_z\_przedziałami)
- Obliczamy liczbę pustych cel ( $K$ ) – LICZ.JEŻELI(zakres;0).
- Z tablic testu Hellwiga odczytujemy wartości  $K_1$  i  $K_2$  i podejmujemy decyzję odnośnie  $H_0$

## Test *Hellwiga* – Jak szybko stworzyć przedziały cel

- 1 W komórce G2 wpisujemy: 0
- 2 W komórce H2 wpisujemy: =A2/\$A\$20
- 3 Przeciągamy do końca formułę z komórki H2 – mamy górne krańce przedziału
- 4 W komórce G3 wpisujemy odwołanie do komórki H2 i przeciągamy formułę do końca – otrzymujemy dolne krańce przedziału.

# Test Hellwiga – przykład

H2		fx =A2/\$A\$21							
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	nr	$e_i$	$e_i^2$	$e_i'$	$e_i'$ (sort)	$\Phi(e_i')$	od	do	ile razy
2	1	0,050	0,003	0,259	-1,656	0,049	0	0,05	1
3	2	0,291	0,085	1,509	-1,403	0,080	0,05	0,1	1
4	3	-0,030	0,001	-0,157	-1,179	0,119	0,1	0,15	1
5	4	-0,152	0,023	-0,784	-0,964	0,168	0,15	0,2	1
6	5	-0,138	0,019	-0,716	-0,784	0,216	0,2	0,25	2
7	6	-0,084	0,007	-0,433	-0,716	0,237	0,25	0,3	2
8	7	-0,320	0,102	-1,656	-0,623	0,267	0,3	0,35	1
9	8	-0,016	0,000	-0,085	-0,599	0,274	0,35	0,4	0
10	9	-0,120	0,014	-0,623	-0,433	0,332	0,4	0,45	1
11	10	0,107	0,011	0,553	-0,157	0,437	0,45	0,5	1
12	11	0,119	0,014	0,615	-0,085	0,466	0,5	0,55	0
13	12	-0,271	0,073	-1,403	0,259	0,602	0,55	0,6	0
14	13	0,150	0,022	0,775	0,475	0,683	0,6	0,65	1
15	14	-0,186	0,035	-0,964	0,553	0,710	0,65	0,7	1
16	15	0,418	0,175	2,164	0,615	0,731	0,7	0,75	2
17	16	-0,116	0,013	-0,599	0,699	0,758	0,75	0,8	2
18	17	0,135	0,018	0,699	0,775	0,781	0,8	0,85	0
19	18	0,092	0,008	0,475	1,361	0,913	0,85	0,9	0
20	19	0,263	0,069	1,361	1,509	0,934	0,9	0,95	2
21	20	-0,228	0,052	-1,179	2,164	0,985	0,95	1	1
22		<b>s</b>	<b>0,193172</b>			<b>alfa</b>	<b>0,05</b>	<b>K</b>	<b>5</b>
23								<b>K1</b>	<b>4</b>
24								<b>K2</b>	<b>9</b>

## Test Kołmogorowa – duża próba

$$H_0 : \varepsilon_t \sim N(0, s), \quad (t = 1, \dots, n)$$

$H_1$  : reszty mają inny rozkład

$$s = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_t^2}$$

$$D_n = \sup_x |F_n(x) - F_0(x)|$$

$$\lambda_e = \sqrt{n} D_n$$

$H_0$  odrzucamy dla  $\lambda_e > \lambda_0$ , gdzie  $\lambda_0$  odczytujemy z tablic rozkładu Kołmogorowa-Smirnowa dla  $Q(\lambda) = 1 - \alpha$ .



## Test Kołmogorowa – Excel

- 1 Sortujemy rosnąco kolumnę reszt i liczymy ich kwadraty.
- 2 Standaryzujemy reszty ( $e'_t$ ) i sortujemy je rosnąco.
- 3 Liczymy wartości dystrybuant empirycznych (numer reszty / liczba reszt).
- 4 Liczymy wartości dystrybuant posortowanych standaryzowanych reszt –  
ROZKŁAD.NORMALNY.S( $e'_t(\text{sort})$ ).
- 5 Liczymy moduły różnic pomiędzy wartościami dystrybuant i wybieramy największy z wyników ( $D_n$ ).
- 6 Liczymy  $\lambda_e$  i odczytujemy z tablic rozkładu Kołmogorowa-Smirnowa  $\lambda_0$ , a następnie podejmujemy decyzję odnośnie  $H_0$ .

# Test Kołmogorowa – przykład

A	B	C	D	E	F	G
<i>nr</i>	$e_t$	$e'_t$	$e'_t$ (sort)	<i>d. empir</i>	$F(e_t)$	[różnica]
1	0,050	0,241	-2,092	0,032	0,018	0,014
2	0,291	1,401	-1,538	0,065	0,062	0,003
3	-0,030	-0,146	-1,536	0,097	0,062	0,034
4	-0,152	-0,728	-1,303	0,129	0,096	0,033
5	-0,138	-0,665	-1,095	0,161	0,137	0,025
6	-0,084	-0,403	-0,935	0,194	0,175	0,019
7	-0,320	-1,538	-0,895	0,226	0,185	0,040
8	-0,016	-0,079	-0,728	0,258	0,233	0,025
9	-0,120	-0,578	-0,665	0,290	0,253	0,037
10	0,107	0,513	-0,578	0,323	0,282	0,041
11	0,119	0,571	-0,557	0,355	0,289	0,066
12	-0,271	-1,303	-0,470	0,387	0,319	0,068
13	0,150	0,720	-0,403	0,419	0,344	0,076
14	-0,186	-0,895	-0,146	0,452	0,442	0,010
15	0,418	2,010	-0,079	0,484	0,469	0,015
16	-0,116	-0,557	-0,030	0,516	0,488	0,028
17	0,135	0,649	0,060	0,548	0,524	0,025
18	0,092	0,441	0,241	0,581	0,595	0,014
19	0,263	1,264	0,441	0,613	0,670	0,058
20	-0,228	-1,095	0,458	0,645	0,677	0,031
21	0,274	1,318	0,513	0,677	0,696	0,019
22	-0,098	-0,470	0,571	0,710	0,716	0,006
23	-0,319	-1,536	0,649	0,742	0,742	0,000
24	0,188	0,902	0,720	0,774	0,764	0,010
25	-0,435	-2,092	0,902	0,806	0,817	0,010
26	0,282	1,356	1,146	0,839	0,874	0,035
27	0,012	0,060	1,264	0,871	0,897	0,026
28	0,095	0,458	1,318	0,903	0,906	0,003
29	0,238	1,146	1,356	0,935	0,912	0,023
30	-0,195	-0,935	1,401	0,968	0,919	0,048
31	-0,006	-0,030	2,010	1	0,978	0,022
					<b>Dn</b>	<b>0,075715</b>
<i>s</i>	0,208006					
<b>lambda(e)</b>	<b>0,421561</b>	alpha	0,05	Q(lambda(e))	0,95	
<b>lambda(a)</b>	<b>1,36</b>	Rozkład reszt jest normalny				

- 1 Badanie normalności rozkładu elementu losowego
  - Test Hellwiga – dla małej próby
  - Test Kołmogorowa – dla dużej próby
- 2 Badanie istotności parametrów strukturalnych modelu
  - Testy
  - Pakiet Analiza Danych
  - Uwagi
- 3 Badanie autokorelacji odchyień losowych
  - Test Durbina-Watsona
- 4 Badanie losowości rozkładu elementu losowego
  - Test dla małej próby
  - Test dla dużej próby
- 5 Badanie homoscedastyczności elementu losowego
  - Test Goldfelda-Quandt
- 6 Literatura

## Test $F$ Fishera-Snedecora

$$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_n = 0$$

$$H_1 : |\alpha_1| + |\alpha_2| + \dots + |\alpha_n| \neq 0$$

$$F = \frac{(n - m - 1)}{m} * \frac{R^2}{1 - R^2}$$

$$F_{\alpha, m, n-m-1}^*$$

$F > F^*$  powoduje odrzucenie  $H_0$ , w przeciwnym wypadku nie ma podstaw do jej odrzucenia.

## Test *t*-Studenta

$$H_0 : \alpha_j = 0$$

$$H_1 : \alpha_j \neq 0$$

$$t_j = \frac{\alpha_j}{S(\alpha_j)}$$

$$t_{\alpha, n-m-1}^*$$

$|t_j| > t^*$  powoduje odrzucenie  $H_0$ , w przeciwnym wypadku nie ma podstaw do jej odrzucenia.

## Badanie istotności – Test *F* Fishera-Snedecora

- 1 Narzędzia/Analiza Danych... /Regresja
- 2 Wartość statystyki *F* znajduje się w części „Analiza wariancji”
- 3 Wartość statystyki teoretycznej  $F^*$ :  
ROZKŁAD.F.ODW( $\alpha; m; n - m - 1$ )
- 4 Istotność *F* – prawdopodobieństwo przyjęcia przez statystykę *F* wartości nie mniejszej co do modułu od wartości z próby, przy założeniu prawdziwości  $H_0$ ;
  - inaczej – prawdopodobieństwo braku podstaw do odrzucenia  $H_0$ ;
  - jeszcze inaczej – graniczny poziom istotności, przy którym zmienia się konkluzja testu.
- 5 Jeżeli istotność *F* jest mniejsza od przyjętego poziomu istotności, należy odrzucić  $H_0$  na rzecz  $H_1$ .

## Badanie istotności – Test *t-Studenta*

- 1 Narzędzia/Analiza Danych... /Regresja
- 2 Wartości statystyk  $t_i$  – tabelka z oszacowaniami współczynników, kolumna „t-stat”
- 3 Wartość statystyki teoretycznej  $t^*$ :  
ROZKŁAD.T.ODW( $\alpha$ ;  $n - m - 1$ )
- 4 Wartość-p – prawdopodobieństwo przyjęcia przez statystykę  $t$  wartości nie mniejszej co do modułu od wartości z próby, przy założeniu prawdziwości  $H_0$ ;
  - inaczej – prawdopodobieństwo braku podstaw do odrzucenia  $H_0$ ;
  - jeszcze inaczej – graniczny poziom istotności, przy którym zmienia się konkluzja testu.
- 5 Jeżeli wartość-p jest mniejsza od przyjętego poziomu istotności, należy odrzucić  $H_0$  na rzecz  $H_1$ .

# Badanie istoności – przykład

## PODSUMOWANIE - WYJŚCIE

Statystyki regresji	
Wielokrotność R	0,926613037
R kwadrat	0,85861172
Dopasowany R kwadrat	0,855706481
Błąd standardowy	0,314549089
Obserwacje	150

## ANALIZA WARIANCJI

	df	SS	MS	F	Istotność F
Regresja	3	87,72292842	29,24097614	295,539138	8,5881E-62
Resztkowy	146	14,44540491	0,09894113		
Razem	149	102,1683333			

	Współczynniki	Błąd standardowy	t Stat	Wartość-p	Dolne 95%	Górne 95%	Dolne 95,0%	Górne 95,0%
Przecięcie	1,855997493	0,250777113	7,400984374	9,85385E-12	1,360375244	2,351619742	1,360375244	2,351619742
Sepal.Width	0,650837159	0,066647394	9,765380407	1,19985E-17	0,519118873	0,782555445	0,519118873	0,782555445
Petal.Length	0,709131959	0,056719288	12,50248344	7,65698E-25	0,597035043	0,821228876	0,597035043	0,821228876
Petal.Width	-0,55648266	0,12754795	-4,362929095	2,41288E-05	-0,808561492	-0,304403828	-0,808561492	-0,304403828

F*	2,666574223
t*	1,976345623



## Uwagi

- Warunkiem badania istotności parametrów strukturalnych jest spełnienie założenia o normalności rozkładu reszt.
- W modelu nieliniowym sprowadzalnym do liniowego istotność parametrów jest oceniana dla postaci transformowanej.

- 1 Badanie normalności rozkładu elementu losowego
  - Test Hellwiga – dla małej próby
  - Test Kołmogorowa – dla dużej próby
- 2 Badanie istotności parametrów strukturalnych modelu
  - Testy
  - Pakiet Analiza Danych
  - Uwagi
- 3 Badanie autokorelacji odchyleń losowych**
  - Test Durbina-Watsona**
- 4 Badanie losowości rozkładu elementu losowego
  - Test dla małej próby
  - Test dla dużej próby
- 5 Badanie homoscedastyczności elementu losowego
  - Test Goldfelda-Quandt
- 6 Literatura

## Test *Durbina-Watsona*

$$H_0 : \rho = 0$$

$$H_1 : \rho \neq 0$$

$$DW = \frac{\sum_{t=1}^{n-1} (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2}$$

$d_L$ ,  $d_U$  wartości krytyczne odczytane z tablic dla testu *Durbina-Watsona*

## Test *Durbina-Watsona* – obszary decyzyjne

- $0 \leq DW < d_L$  – odrzucamy  $H_0$ , autokorelacja dodatnia
- $d_L \leq DW \leq d_U$  – obszar niekonkluzywności
- $d_U < DW < 4 - d_U$  – nie ma podstaw do odrzucenia  $H_0$
- $4 - d_U \leq DW \leq 4 - d_L$  – obszar niekonkluzywności
- $4 - d_L < DW \leq 4$  – odrzucamy  $H_0$ , autokorelacja ujemna

## Test *Durbina-Watsona* – Excel

- 1 Tworzymy wektor kolumnowy reszt.
- 2 Kopiujemy go do sąsiedniej kolumny o 1 wiersz niżej.
- 3 Liczymy różnicę odpowiadających sobie reszt w poszczególnych wierszach (oprócz pierwszego i ostatniego).
- 4 Liczymy sumę kwadratów różnic reszt i sumę kwadratów reszt, a następnie dzielimy je przez siebie, otrzymując statystykę DW.
- 5 Z tablic testu *Durbina-Watsona* odczytujemy wartości krytyczne  $d_L$  oraz  $d_U$  i podejmujemy decyzję o ewentualnym odrzuceniu  $H_0$ .

## Test Durбина-Watsona – przykład

B	C	D	E	F	G	H
$e_t$	$e_{t-1}$	$e_t - e_{t-1}$	r	-0,2581		
7,1936	-	-	DW	2,2491153	4-DW	1,750885
-9,4283	7,1936	-16,6220	n	16		
5,8566	-9,4283	15,2850	k	4		
6,1186	5,8566	0,2620	$d_L$	0,74		
-7,9181	6,1186	-14,0367	$d_U$	1,93		
0,5239	-7,9181	8,4420	$4 - d_U$	2,07		
-14,8791	0,5239	-15,4030	$4 - d_L$	3,26		
5,0589	-14,8791	19,9380	Oszar niekonkluzywności :(			
-2,9259	5,0589	-7,9848				
-1,3239	-2,9259	1,6020				
8,6212	-1,3239	9,9450				
0,5351	8,6212	-8,0860				
3,6503	0,5351	3,1152				
10,2283	3,6503	6,5780				
0,4013	10,2283	-9,8270				
-11,7126	0,4013	-12,1140				
-	-11,7126	-				
suma kw.		suma kw.				
862,55		1939,97				

- 1 Badanie normalności rozkładu elementu losowego
  - Test Hellwiga – dla małej próby
  - Test Kołmogorowa – dla dużej próby
- 2 Badanie istotności parametrów strukturalnych modelu
  - Testy
  - Pakiet Analiza Danych
  - Uwagi
- 3 Badanie autokorelacji odchyleń losowych
  - Test Durбина-Watsona
- 4 Badanie losowości rozkładu elementu losowego
  - Test dla małej próby
  - Test dla dużej próby
- 5 Badanie homoscedastyczności elementu losowego
  - Test Goldfelda-Quandt
- 6 Literatura

## Test dla małej próby

$H_0 : \varepsilon_t$  losowy

$H_1 : \varepsilon_t$  nielosowy

$e_t \leftarrow A, \quad e_t > 0$

$e_t \leftarrow B, \quad e_t < 0$

$K_e$  – liczba serii

$K_1$  – z tablic rozkładu liczby serii dla danych:  $\alpha, n_1, n_2$

$K_2$  – z tablic rozkładu liczby serii dla danych:  $1 - \alpha, n_1, n_2$

$n_1, n_2$  – liczba symboli A i B (kolejność nie ma znaczenia)



## Test dla małej próby – obszary decyzyjne

Jeżeli

$$K_1 \leq K_e \leq K_2,$$

to brakuje podstaw do odrzucenia  $H_0$ . W przeciwnym wypadku hipotezę o losowości rozkładu elementu losowego należy odrzucić. W przypadku testu jednostronnego  $H_0$  odrzucamy gdy zachodzi  $K_e < K^*$ .  $K^*$  możemy odczytać z tablic testu dwustronnego dla poziomu istotności  $2\alpha$  lub ze specjalnych tablic testu jednostronnego.

## Test dla małej próby (dwustronny) – Excel

- 1 Kodujemy reszty: JEŻELI(komórka > 0;" A";" B").
- 2 Sprawdzamy czy nie ma reszt = 0:  
LICZ.JEŻELI(zakres\_reszt;" =0") i w razie czego przyporządkowujemy im kody wg ustalonej wcześniej reguły.
- 3 Liczymy liczbę serii ( $K_e$ ): JEŻELI(kod<sub>*i*-1</sub> <> kod<sub>*i*</sub>;1;0) (w pierwszym wierszu ręcznie wpisujemy „1”).
- 4 Liczymy liczbę reszt dodatnich ( $n_1$ ):  
LICZ.JEŻELI(zakres\_kodów;" A").
- 5 Liczymy liczbę reszt ujemnych ( $n_2$ ):  
LICZ.JEŻELI(zakres\_kodów;" B").
- 6 Dla przyjętego poziomu istotności  $\alpha$  oraz  $n_1$  i  $n_2$  odczytujemy z tablic  $K_1$  oraz  $K_2$  i otrzymujemy wynik testu, porównując je z  $K_e$ .

## Test dla małej próby – przykład

	A	B	C	D	E
<b>et</b>	<b>kodowanie</b>	<b>zmiana znaku</b>			
0,0846	A	1		<b>Ke</b>	<b>13</b>
0,2100	A	0		na	13
-0,0493	B	1		nb	11
-0,2260	B	0		alfa	0,05
-0,0805	B	0		<b>K1</b>	<b>8</b>
0,0228	A	1		<b>K2</b>	<b>17</b>
-0,2947	B	1			
-0,0212	B	0			
-0,2249	B	0			
0,0184	A	1			
0,1835	A	0			
-0,2922	B	1			
0,0544	A	1			
-0,2329	B	1			
0,6010	A	1			
0,1392	A	0			
0,3065	A	0			
0,1402	A	0			
0,3322	A	0			
-0,1259	B	1			
0,2369	A	1			
-0,0052	B	1			
-0,1968	B	0			
0,1690	A	1			
<b>ile zerowych</b>					
<b>0</b>					

## Test dla dużej próby

$$H_0 : \varepsilon_t \text{ losowy}$$

$$H_1 : \varepsilon_t \text{ nielosowy}$$

$$P(N_n \geq 1) = 1 - \Phi \left( \frac{\left(1 - \frac{n}{\mu}\right) \mu^{\frac{3}{2}}}{\sigma \sqrt{n}} \right)$$

$$\mu = \frac{1 - 0,5^r}{0,5^{r+1}}$$

$$\sigma = \sqrt{2^{2r+2} - (2r + 1)2^{r+1} - 2}$$

## Test dla dużej próby – Excel

Obliczanie najdłuższej serii  $r$ :

- 1 Jeżeli pojawiają się reszty równe zero, to należy wg przyjętej zasady część z nich zmienić na wartości ujemne, a część na dodatnie (wartość reszt jest dla testu nieistotna – ważny jest ich znak).
- 2 W kolejnych wierszach będziemy liczyć długość bieżącej serii reszt o tym samym znaku – w pierwszym wierszu wpisujemy „1”.
- 3 Jeżeli reszty nie zmieniły znaku, to zwiększamy długość serii o jeden – w przeciwnym wypadku rozpoczynamy nową serię (długość=1):  $JEŻELI(e_t * e_{t-1} > 0; dlugosc_{i-1} + 1; 1)$ .
- 4 Jako  $r$  przyjmujemy maksimum z kolumny z bieżącymi długościami serii.

## Test dla dużej próby – Excel

Obliczanie prawdopodobieństwa pojawienia się serii dłuższej niż  $r$ :

- 1 Obliczamy  $\mu$  i  $\sigma$ , a następnie  $P(N_n \geq 1)$ .
- 2 Jeżeli  $P(N_n \geq 1) \geq \alpha$ , nie ma podstaw do odrzucenia  $H_0$ . W przeciwnym wypadku odrzucamy hipotezę o losowości reszt.

## Test dla dużej próby – przykład

-0,0252	1				
-0,1602	2				
-0,6402	3				
0,8457	1				
-0,4044	1				
-0,3721	2				
-0,2107	3				
0,3657	1				
0,1908	2				
0,6897	3				
-0,3725	1	n	150		
-0,0426	2	mi	254		
0,0454	1	sigma	248,3828		
0,4839	2	licznik	1657,487		
0,3286	3	mianownik	3042,055		
0,1170	4	dystrybuanta	0,707074		
-0,4182	1	<b>P</b>	<b>0,292926</b>		
-0,5234	2	alfa	0,01	reszty losowe	
	<b>r</b>		0,05	reszty losowe	
	7				

- 1 Badanie normalności rozkładu elementu losowego
  - Test Hellwiga – dla małej próby
  - Test Kołmogorowa – dla dużej próby
- 2 Badanie istotności parametrów strukturalnych modelu
  - Testy
  - Pakiet Analiza Danych
  - Uwagi
- 3 Badanie autokorelacji odchyleń losowych
  - Test Durбина-Watsona
- 4 Badanie losowości rozkładu elementu losowego
  - Test dla małej próby
  - Test dla dużej próby
- 5 Badanie homoscedastyczności elementu losowego
  - Test Goldfelda-Quandta
- 6 Literatura



## Test *Goldfelda-Quandt* – Hipotezy

Na podstawie wykresu kwadratów reszt oceniamy, czy reszty modelu da się podzielić na 2 części – początkową i końcową – o wyraźnie różnych wartościach kwadratów reszt. Jeżeli tak, to testujemy hipotezę o równości wariancji w obu częściach:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$$

$$F_e = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

## Test *Goldfelda-Quandta* – Obszar krytyczny

$F_\alpha(n_1 - m - 1, n_2 - m - 1)$  odczytujemy z tablic rozkładu F. Jeżeli

$$F_e > F_\alpha(n_1 - m - 1, n_2 - m - 1)$$

$H_0$  należy odrzucić – element losowy jest heteroscedastyczny.

## Test Goldfelda-Quandta – Inna postać $H_1$

Jeżeli  $H_1$  ma postać

$$H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$$

To statystyka testowa jest postaci

$$F_e = \frac{s_2^2}{s_1^2},$$

a wartość krytyczna

$$F_\alpha(n_2 - m - 1, n_1 - m - 1).$$

Obszary krytyczne nie ulegają zmianie.

W obu przypadkach grupy reszt numerujemy tak, by licznik statystyki  $F_e$  był większy od mianownika.

## Test Goldfelda-Quandta – Excel

1. Konstruujemy wykres kolumnowy dla kwadratów reszt.
2. Dzielimy reszty na dwie grupy.
3. Szacujemy parametry modelu dla każdej z grup (Analiza Danych lub REGLINP), liczymy kwadraty jego reszt i tworzymy ich kolejny wykres kolumnowy. Można też wykorzystać tu funkcję REGLINW i pominąć jawne szacowanie parametrów.
4. Dla każdej obliczamy  $s_1^2 = \frac{\sum_{i \in A} e_i^2}{n_1 - m - 1}$  oraz  $s_2^2 = \frac{\sum_{i \in B} e_i^2}{n_2 - m - 1}$ .
5. Zależnie od postaci  $H_1$  obliczamy z odpowiednią wartością  $F_e$  i  $F_\alpha$  – ROZKŁAD.F.ODW i podejmujemy decyzję odnośnie  $H_0$ .

## Test Goldfelda-Quandta – Reszty z REGLINW

Reszty dla modelu oszacowanego na podstawie wszystkich obserwacji liczymy następująco:

- $y_i - \text{REGLINW}(\text{Wektor\_Y}; \text{Macierz\_X}; X_i; 1)$
- przykładowo w komórce D2:  
C2-REGLINW(\$C\$2:\$C\$13;\$B\$2:\$B\$13;B2;1)
- formułę rozciągamy na pozostałe wiersze.

Następnie dla każdej grupy szacujemy osobne modele, stąd przykładowo:

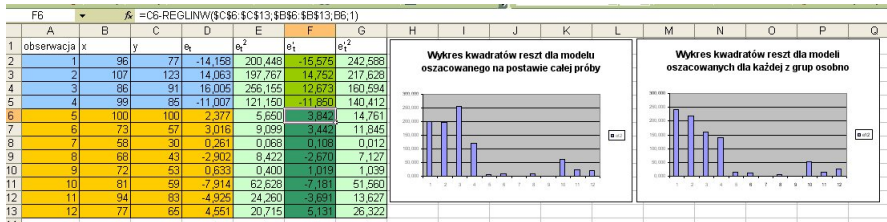
- w komórce F2: C2-REGLINW(\$C\$2:\$C\$5;\$B\$2:\$B\$5;B2;1)
- w komórce F6: C6-REGLINW(\$C\$6:\$C\$13;\$B\$6:\$B\$13;B6;1)
- oczywiście te formuły również należy rozciągnąć na odpowiednie wiersze.

## Test *Goldfelda-Quandta* – Excel

### UWAGA!

- Analiza danych zwraca gotowe wartości  $s_e^2$  w sekcji „ANALIZA WARIANCJI” na przecięciu wiersza „Resztkowy” oraz kolumny „MS”.
- REGLINP zwraca sumę kwadratów reszt (licznik w  $s_e^2$ ) na przecięciu piątego wiersza i drugiej kolumny. Liczba stopni swobody (mianownik w  $s_e^2$ ) zwracana jest na przecięciu czwartego wiersza i drugiej kolumny.

# Test Goldfelda-Quandt – przykład REGLINW



# Test Goldfelda-Quandta – przykład Analiza Danych

PODSUMOWANIE - WYJŚCIE								
Statystyki regresji								
Wielokrotno	0,613228							
R kwadrat	0,376048							
Dopasowan	0,064072							
Błąd standa	19,50924							
Obserwacje	4							
ANALIZA WARIANCJI								
	df	SS	MS	F	Istotność F			
Regresja	1	458,7788	458,7788	1,205376	0,386772			
Resztkowy	2	761,2212	380,6106					
Razem	3	1220						
Współczynnik standard								
	t Stat	Wartość-p	Dołne 95%	Górne 95%	Dołne 95,0%	Górne 95,0%		
Przecięcie	-44,2035	126,2577	-0,35011	0,759692	-587,447	499,0397	-587,447	499,0397
x	1,424779	1,297736	1,097896	0,386772	-4,15893	7,008485	-4,15893	7,008485
PODSUMOWANIE - WYJŚCIE								
Statystyki regresji								
Wielokrotno	0,981193							
R kwadrat	0,96274							
Dopasowan	0,95653							
Błąd standa	4,587879							
Obserwacje	8							
ANALIZA WARIANCJI								
	df	SS	MS	F	Istotność F			
Regresja	1	3263,208	3263,208	155,0318	1,64E-05			
Resztkowy	6	126,2918	21,04863					
Razem	7	3389,5						
Współczynnik standard								
	t Stat	Wartość-p	Dołne 95%	Górne 95%	Dołne 95,0%	Górne 95,0%		
Przecięcie	-61,6183	10,00043	-6,16156	0,000839	-86,0885	-37,1481	-86,0885	-37,1481
Zmienna X 1	1,577763	0,126716	12,45118	1,64E-05	1,2677	1,887826	1,2677	1,887826
alfa	0,05	n1	4					
Fe	18,082	n2	8					
F(alfa)	5,143	m	1					
F>F(alfa) - H0 należy odrzucić - wariancja reszt jest zmienna w czasie								



- 1 Badanie normalności rozkładu elementu losowego
  - Test Hellwiga – dla małej próby
  - Test Kołmogorowa – dla dużej próby
- 2 Badanie istotności parametrów strukturalnych modelu
  - Testy
  - Pakiet Analiza Danych
  - Uwagi
- 3 Badanie autokorelacji odchyleń losowych
  - Test Durбина-Watsona
- 4 Badanie losowości rozkładu elementu losowego
  - Test dla małej próby
  - Test dla dużej próby
- 5 Badanie homoscedastyczności elementu losowego
  - Test Goldfelda-Quandt
- 6 **Literatura**

# Literatura



Strahl D., Sobczak E., Markowska M., Bal-Domańska B. *Modelowanie ekonometryczne z Excelem*. Wrocław: AE 2002.



*Ekonometria. Metody, przykłady, zadania*. Red. J. Dziechciarz. Wrocław: AE 2002.



Welfe A. *Ekonometria*. Warszawa: PWE 2003.

Badanie normalności rozkładu elementu losowego  
Badanie istotności parametrów strukturalnych modelu  
Badanie autokorelacji odchyleń losowych  
Badanie losowości rozkładu elementu losowego  
Badanie homoscedastyczności elementu losowego